

QUALI SONO LE FOGLIE?

In uno heap con $n = \text{heapsize}[A]$ elementi, tutti gli elementi con indice $\geq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$ sono foglie.

Dimostrazione

Osserviamo che $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor = n \text{ div } 2$

Se l'elemento con indice $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$ non fosse una foglia avrebbe almeno il figlio sinistro nello heap, quindi

$$2 \cdot (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1) \in \text{Heap}$$

Per n pari: $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor = \frac{n}{2}$ Quindi $2 \cdot (\frac{n}{2} + 1) \in \text{Heap}$, ma $2 \cdot (\frac{n}{2} + 1) = n + 2 \notin \text{Heap}$ perché $\text{Heapsize}[A] = n$

Per n dispari: sia $n = 2q + 1$, con $q \in \mathbb{N}$ il figlio sinistro si troverebbe nella posizione di indice

$$\begin{aligned} 2 \cdot (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1) &= 2 \cdot (\lfloor \frac{2q+1}{2} \rfloor + 1) = \\ &= 2(\lfloor q + \frac{1}{2} \rfloor + 1) = 2q + 2 = (\text{essendo } 2q = n - 1) = n - 1 + 2 = n + 1 \notin \text{Heap} \end{aligned}$$